
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2013/2014 Academic Session

December 2013 / January 2014

EEE 443– DIGITAL SIGNAL PROCESSING [PEMROSESAN ISYARAT DIGIT]

Duration 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **THIRTEEN (13)** pages and Appendices **THREE (3)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA BELAS (13)** muka surat dan Lampiran **TIGA (3)** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini]*

Instructions: This question paper consists **SIX (6)** questions. Answer **FIVE (5)** questions. All questions carry the same marks.

[Arahan: Kertas soalan ini mengandungi **ENAM (6)** soalan. Jawab **LIMA (5)** soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama]

Answer to any question must start on a new page.

[Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru]

“In the event of any discrepancies, the English version shall be used”.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai]

1. (a) Jadual 1 menunjukkan data eksperimen diambil dalam makmal untuk tindak balas denyut satu sistem LTI dan data untuk satu isyarat diskret. Isyarat diskret kemudian dimasukkan kepada sistem LTI tersebut yang melingkar kemasukan isyarat diskret tersebut.

*Table 1 shows experimental data taken in a laboratory of an impulse response of a LTI system and the data for a discrete signal. The discrete signal is then fed to the LTI system which **convolves** the input discrete signal.*

Pemeriksaan pada Jadual 1 dan kenyataan di atas tentukan ungkapan bagi keluaran sistem LTI dan lakarkan keluaran isyarat diskret.

Examining Table 1 and the above statement determine the expression for the output of the LTI system and draw the corresponding output discrete signal.

[Petunjuk: Anda boleh menggunakan pembolehubah yang berasingan bagi setiap set data, dan simpulkan bagi setiap set data ungkapan matematik yang menerangkan urutan atau tindakbalas denyut bagi sistem dan lakarkan rajah yang sesuai bagi setiap satu isyarat]

[Hint: You may use separate variable names for each data set, and deduce for each data set the corresponding mathematical expression that describes the sequence or impulse response of the system and draw the corresponding figures].

(50 markah/marks)

Table 1: Laboratory experimental data

Impulse response of LTI system		Discrete signal (sequence)	
	Voltage (V)		Voltage (V)
Earliest	0	Earliest	0
	0	2	0
	0	3	0
	0	4	0
	1	5	3
	1	6	2
	1	7	1
	0	8	0
	0	9	0
Latest	0	Latest	0

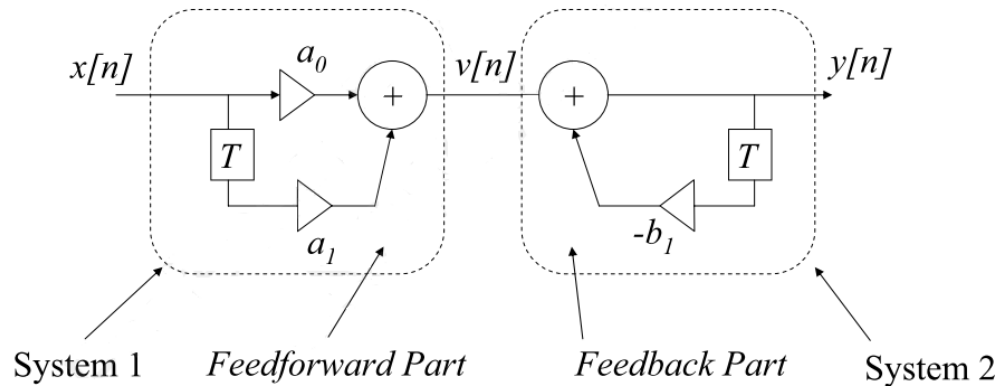
(b) Satu sistem diskret masa digambarkan sebagai

A discrete-time system described as

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n - 1] - b_1y[n - 1] \quad (1)$$

Struktur bentuk langsung 1 seperti yang digambarkan oleh persamaan (1) diberikan di atas.

The direct form 1 structure as described by Eq. (1) is given above.



Rajah 1: Struktur bentuk langsung 1

Figure 1: Direct form 1 structure

Persamaan perbezaan di atas ditulis seperti berikut;

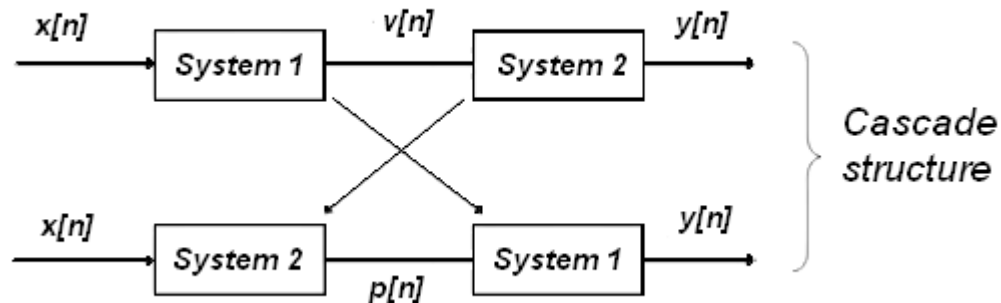
The above difference equation is written as follows:

$$v[n] = a_0x[n] + a_1x[n - 1] \quad \text{- system 1}$$

$$y[n] = v[n] - b_1y[n - 1] \quad \text{- system 2}$$

Dua sistem membentuk struktur lata boleh dipindahkan tanpa menjejaskan keluaran akhir.

Two systems forming a cascade structure can be switched around without affecting the final output.



Rajah 2: Struktur lata

Figure 2: Cascade structure

Buktikan bahawa kedua-dua sistem yang membentuk satu struktur lata boleh ditukar ganti tanpa menjejaskan isyarat akhir. Dalam erti kata lain, kedua-dua sistem lata adalah sama. Pengeluaran perantaraan $v[n]$ atau $p[n]$ akan berbeza tetapi tidak kepada hubungan kemasukan-keluaran.

Prove that the two systems forming a cascade structure can be interchanged without affecting the final output signal. In other words, the two cascade systems are equal. The intermediate output $v[n]$ or $p[n]$ will be different but not the input-output relationship.

[Petunjuk: Mulakan dengan melukis bentuk struktur langsung 2, kemudian hasilkan langkah-langkah dengan beberapa persamaan dan akhirnya persamaan perlu menyamai persamaan (1) di atas yang menerangkan struktur bentuk langsung 1].

[Hint: Start by drawing a direct form 2 structure, then produce steps with several equations and eventually the final equation should be equalled to Eq. (1) describing the direct form 1 structure]

(50 markah/marks)

...6/-

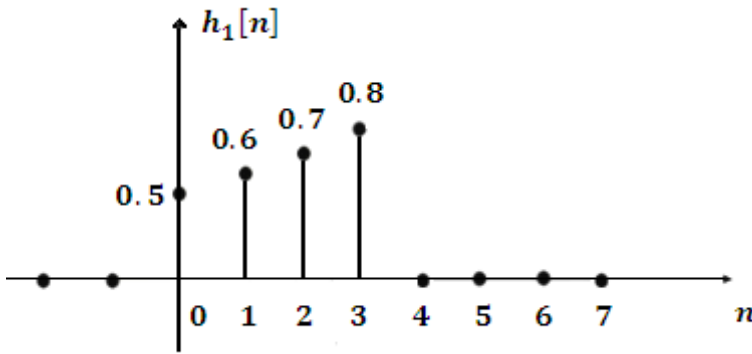
2. Anda diberi TIGA linear diskret masa tak berubah (LTI) sistem ($h_1[n]$, $h_2[n]$, $h_3[n]$) seperti yang diberikan oleh Rajah 3,4 dan 5. Lahirkan DUA struktur lata di mana setiap satu diperolehi dengan menggabungkan mana-mana DUA sistem LTI di bawah. Analisa setiap struktur lata dan cadangkan pelaksanaan sistem yang paling ringkas.

You are given THREE linear discrete-time invariant (LTI) systems ($h_1[n]$, $h_2[n]$, $h_3[n]$) as given by Figures 3, 4 and 5. Produce TWO cascade structures where each is derived by combining any TWO of the LTI systems below. Analyze each cascade structure and recommend for the least complex system implementation.

[Petunjuk: Anda mungkin perlu mencari persamaan perbezaan bagi setiap sistem LTI. Lukiskan gambarajah blok dalam bentuk langsung I, bentuk langsung II bagi setiap penggabungan sebelum anda mampu untuk mencari sistem yang paling kurang kompleks.

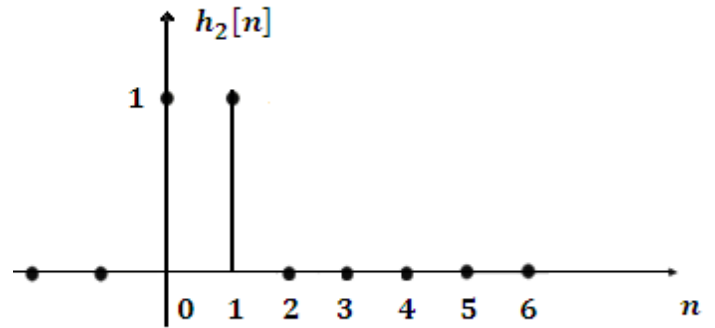
[Hint: You may need to find the difference equation for each LTI system. Draw the corresponding block diagram in direct form I, direct form II for each cascade system before you are able to find the least complex system]

(100 markah/marks)



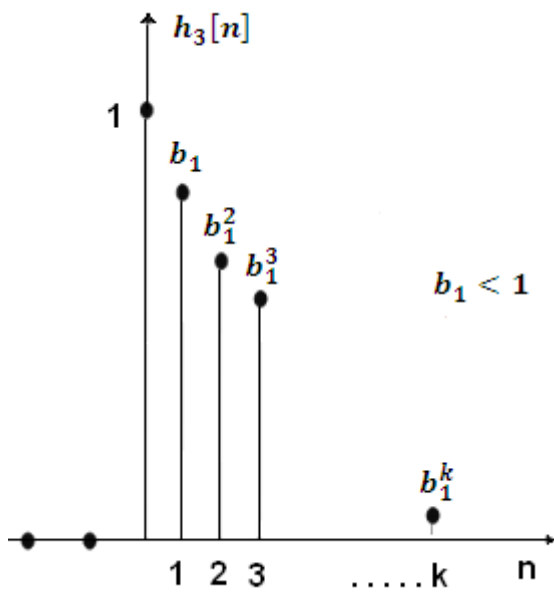
Rajah 3 : Sistem tindakan denyut 1

Figure 3: Impulse response system 1



Rajah 4 : Sistem tindakan denyut 2

Figure 4: Impulse response system 2



Rajah 5 : Sistem tindakan denyut 3

Figure 5: Impulse response system 3

3. (a) Satu urutan $x[n]$ di bawah mewakili isyarat diskret kausal.
A sequence $x[n]$ below represents a causal discrete signal.

$$x[n] = \begin{cases} 0 & \text{otherwise} \\ 1 & 0 \leq n \leq 4 \end{cases}$$

Terbitkan perwakilan kekerapan sebenar $X(\omega)$ dalam bentuk sin dan fungsi kosinus.

Derive for the exact frequency representation of $X(\omega)$ in the form of sine and cosine function.

(25 markah/marks)

- (b) Satu tindakbalas kekerapan $H(\omega)$ diberikan seperti berikut;
A frequency response $H(\omega)$ is given as the following;

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \frac{\pi}{6} \\ 0 & \frac{\pi}{6} < |\omega| < \frac{\pi}{3} \\ 1 & \frac{\pi}{3} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

Terbitkan untuk perwakilan tindakbalas denyut $h[n]$ dalam bentuk sin dan fungsi kosinus.

Derive for the impulse response representation of $h[n]$ in the form of sine and cosine function.

(25 markah/marks)

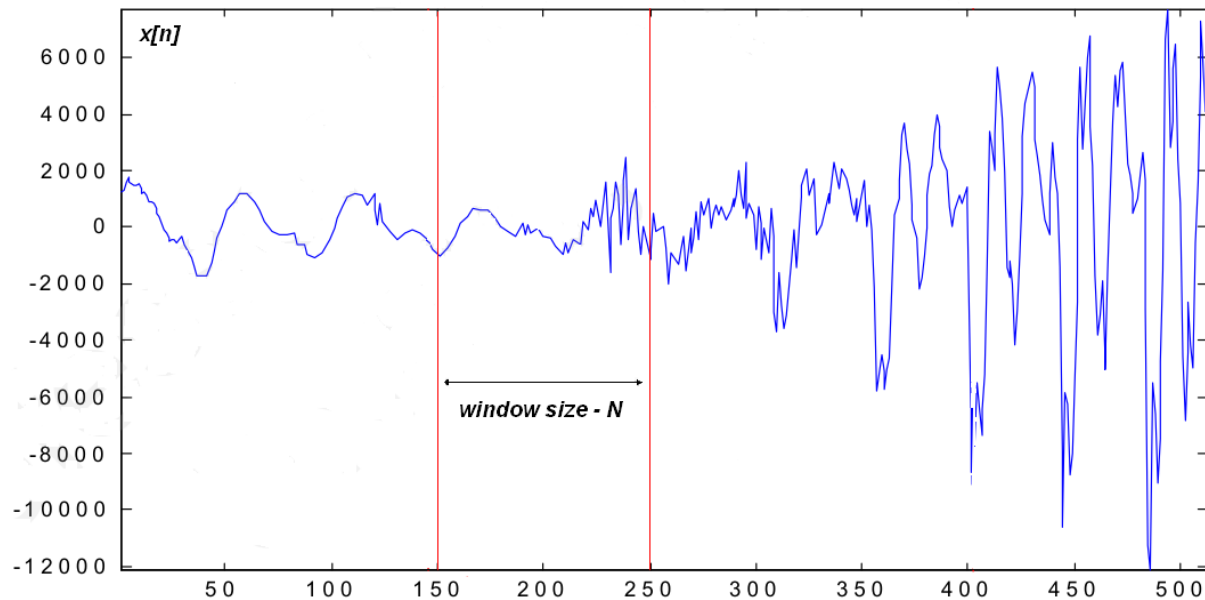
- (c) Rajah 6 menunjukkan isyarat suara sebenar. kandungan kekerapan isyarat yang akan dianggarkan dengan menggunakan jendela panjang N . Lakukan analisa kandungan kekerapan yang terhasil untuk anggaran kekerapan menggunakan saiz jendela $N = 100$ serta $N = 200$. Bandingkan keputusan dalam jangka resolusi kekerapan, dan kandungan kekerapan.

Figure 6 shows a real voice signal. Suppose the frequency content of the signal is to be estimated using window of length N . Analyze the resulting frequency content for the frequency estimation using window size $N = 100$ as well as $N=200$. Compare the results in terms of the frequency resolution, and frequency contents.

[Petunjuk: Bagi setiap anggaran menggunakan jendela yang berbeza dan tetapkan frekuensi persampelan sebagai 8 kHz. Anggapkan bahawa corak selepas sampel N adalah berulang. Senaraikan kandungan kekerapan yang ada dan mencari ungkapan akhir bagi setiap kaedah anggaran].

[Hint: For each approximation use different window and set the sampling frequency as 8 kHz. Assume that the pattern repeats after N samples. List the possible frequency contents and find final expressions for each approximation method]

(50 markah/marks)



Rajah 6: Isyarat suara sebenar

Figure 6: Real voice signal

4. Diberikan satu penuras lurus masa tak ubah kausal dengan fungsi sistem

Given a causal linear time invariant filter with system function

$$H(z) = \frac{1 + 0.875z^{-1}}{(1 - 0.7z^{-1})(1 + 0.2z^{-1} + 0.9z^{-2})}$$

Lakukan realisasi penapis menggunakan struktur berikut

Perform the filter realization using the following structures

- (a) Bentuk terus I

Direct form I

(20 markah/marks)

- (b) Bentuk terus II

Direct form II

(20 markah/marks)

- (c) Bentuk lata menggunakan bahagian tertib-pertama dan kedua dengan setiap bahagian direalisasikan dalam bentuk terus II .

Cascade form using the first- and second-order sections with each section realized in Direct form II.

(30 markah/marks)

- (d) Satu sambungan selari dari sistem tertib pertama dan kedua yang dihasilkan dalam bentuk terus II. Tunjukkan jawapan anda menggunakan graf aliran isyarat.

A parallel connection of first-order and second-order systems realized in Direct Form II. Show your answer using signal flow graph.

(30 markah/marks)

5. (a) Tentukan tertib terendah bagi penapis rendah Butterworth yang mempunyai pelemah jalur-lulus maksima 1 dB pada 1 kHz dan pelemahan sekurang-kurangnya 40 dB pada 5 kHz.

Determine the lowest order of a low-pass Butterworth analog filter that has a maximum pass-band attenuation of 1 dB at 1 kHz and an attenuation of at least 40 dB at 5 kHz.

(30 markah/marks)

- (b) Gunakan transformasi dwilelurus untuk mendapatkan penapis IIR dari tertib-kedua prototaip penapis analog Butterworth dengan 3-dB frekuensi potong 3 kHz. Kadar pensampelan untuk penapis digit adalah 30,000 sampel sesaat. Tentukan pekali penapis IIR.

Use the bilinear transformation to obtain an IIR filter from a second-order Butterworth analog prototype filter with a 3-dB cut-off frequency of 3 kHz. The sampling rate for the digital filter is 30,000 samples per second. Determine the coefficients of the IIR filter.

(50 markah/marks)

- (c) Jika anda perlu merekabentuk penapis digit untuk aplikasi yang diberikan di mana herotan fasa tidak boleh diterima, penapis manakah di antara FIR atau IIR yang anda akan pilih untuk aplikasi tersebut dan terangkan sebab-sebabnya.

If you have to design a digital filter for a given application in which the phase-distortion is not tolerable, which filter type amongst FIR or IIR will you select for that application and explain the reasons.

(20 markah/marks)

6. (a) Rekabentuk penapis lulus rendah 3-tap FIR dengan frekuensi potong 800 Hz dan kadar pensampelan 8 kHz menggunakan fungsi tettingkap. Tentukan pekali bagi penapis FIR.

Design a 3-tap FIR low-pass filter with a cut-off frequency of 800 Hz and a sampling rate of 8 kHz using the Hamming window function. Determine the coefficients of the FIR filter.

(30 markah/marks)

- (b) Tentukan fungsi pindah penapis FIR yang direkabentuk dalam bahagian (a) dan juga tentukan persamaan perbezaan sepadan untuk penapis ini.

Determine the transfer function of the designed FIR filter in part (a) and also obtain the corresponding difference equation for this filter.

(20 markah/marks)

- (c) Satu penapis laluan rendah diperlukan untuk memenuhi spesifikasi berikut:
A digital low-pass filter is required to meet the following specifications:

Laluan lulus riak: $\leq 1\text{dB}$

Passband ripple: $\leq 1\text{dB}$

Laluan lulus pinggir: 4 kHz

Passband edge: 4 kHz

Laluan henti pelemahan: $\geq 40\text{ dB}$

Stopband attenuation: $\geq 40\text{ dB}$

Laluan henti pinggir: 6 kHz

Stopband edge: 6 kHz

Kadar sampel: 24 kHz

Sample rate: 24 kHz

Penapis itu harus direka dengan melakukan penjelmaan dwilelurus di atas satu fungsi sistem analog. Tentukan apakah tertib rekabentuk Butterworth, Chebyshev dan analog elips yang mesti digunakan untuk memenuhi spesifikasi bagi perlaksanaan digital.

The filter is to be designed by performing a bilinear transformation on an analog system function. Determine the order of Butterworth, Chebyshev and Elliptic analog designs that must be used to meet the specifications in digital implementation.

(50 markah/marks)

ooo0ooo

Table A.1 Table for basic equation

Analog frequency	Digital frequency	Relationship (Analog/digital) frequency
$\Omega = 2\pi F \left[\frac{rad}{sec} \right]$	$\omega = 2\pi f \left[\frac{rad}{sample} \right]$	$\omega = \Omega T$ (T sampling period)
$F \left[\frac{cycle}{sec} \right] = [Hz]$	$f \left[\frac{cycle}{sample} \right]$	$f = \frac{F}{f_s}$

Table A.2 Table for discrete-time signal

Periodic signal (DFS)	Non-periodic signal (DTFT)
$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi kn/N}$	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) e^{jn\omega} d\omega$
$c_k = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N}$	$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jn\omega}$

Table A.3 Table for DFT/IDFT

Discrete Fourier Transform (DFT)	Inverse Discrete Fourier Transform (IDFT)
$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jn\left(\frac{2\pi}{N}\right)k}$	$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jn\frac{2\pi}{N}k}$

Power Series

$$S_N = 1 + r^1 + r^2 + \dots + r^{N-1} = \frac{1 - r^N}{1 - r} \quad \text{for } |r| < 1$$

$$\text{When } N \rightarrow \infty, \quad S_N = \frac{1}{1-r}$$

Convolution

$$a[n] * b[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a[k] \times b[n - k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a[n - k] \times b[k]$$

- Jadual untuk Jelmaan-z adalah seperti berikut:
The table for z-Transform is given below:

Table A.3 Table for z-Transform

Sequence	Transform	ROC
$\delta(n)$	1	All z
$u(n)$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$	$ z > 1$
$-u(-n - 1)$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$	$ z < 1$
$\delta(n - m)$	z^{-m}	All z except 0, (if $m > 0$) or ∞ (if $m < 0$)
$a^n u(n)$	$\frac{1}{1 - az^{-1}}$	$ z > a $
$-a^n u(-n - 1)$	$\frac{1}{1 - az^{-1}}$	$ z < a $
$na^n u(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$	$ z > a $
$-na^n u(-n - 1)$	$\frac{az^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$	$ z < a $
$r \gamma ^n \cos(\beta n + \theta) u(n)$	$\frac{z(Az + B)}{z^2 + 2az + \gamma ^2}$	Where, $r = \sqrt{\frac{A^2 \gamma ^2 + B^2 - 2AaB}{ \gamma ^2 - a^2}}$ $\beta = \cos^{-1} \frac{-a}{ \gamma }$ $\theta = \tan^{-1} \frac{Aa - B}{A\sqrt{ \gamma ^2 - a^2}}$
$r \gamma ^n \cos(\beta n + \theta) u(n)$	$\frac{rz[z \cos \theta - \gamma \cos(\beta - \theta)]}{z^2 - (2 \gamma \cos \beta)z + \gamma ^2}$	-

Table A.4 Properties of the z-Transform

Property	Time Domain	z-Domain	ROC
Notation	$x(n)$	$X(z)$	ROC: $r_2 < z < r_1$
	$x_1(n)$	$X_1(z)$	ROC ₁
	$x_2(n)$	$X_2(z)$	ROC ₂
Linearity	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(z) + a_2X_2(z)$	At least the intersection of ROC ₁ and ROC ₂
Time shifting	$x(n - k)$	$z^{-k}X(z)$	That of $X(z)$, except $z = 0$ if $k > 0$ and $z = \infty$ if $k < 0$
Scaling in the z-domain	$a^n x(n)$	$X(a^{-1}z)$	$ a r_2 < z < a r_1$
Time reversal	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$\frac{1}{r_1} < z < \frac{1}{r_2}$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(z^*)$	ROC
Real part	$\text{Re}\{x(n)\}$	$\frac{1}{2}[X(z) + X^*(z^*)]$	Includes ROC
Imaginary part	$\text{Im}\{x(n)\}$	$\frac{1}{2j}[X(z) - X^*(z^*)]$	Includes ROC
Differentiation in the z-domain	$nx(n)$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$	$r_2 < z < r_1$
Convolution	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(z)X_2(z)$	At least, the intersection of ROC ₁ and ROC ₂
Correlation	$r_{x_1x_2}(l) = x_1(l) * x_2(-l)$	$R_{x_1x_2}(z) = X_1(z)X_2(z^{-1})$	At least, the intersection of ROC of $X_1(z)$ and $X_2(z^{-1})$
Initial value theorem	If $x(n)$ causal	$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$	
Multiplication	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{2\pi j} \oint_C X_1(v)X_2\left(\frac{z}{v}\right)v^{-1}dv$	At least, $r_{1l}r_{2l} < z < r_{1u}r_{2u}$
Parseval's relation	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)x_2^*(n)$	$= \frac{1}{2\pi j} \oint_C X_1(v)X_2^*(1/v^*)v^{-1}dv$	